

## О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие к русскому переводу . . . . .	4
Из предисловия автора . . . . .	5

### Часть I

#### ОБЫКНОВЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ

<i>Глава I. Введение</i> . . . . .	9
1. Дифференциальные уравнения . . . . .	10
2. Решение дифференциального уравнения. Произвольные постоянные. Произвольные функции . . . . .	12
3. Решения: явное, неявное, численное . . . . .	16
4. Необходимость в численном решении . . . . .	19
5. Предварительное исследование решения . . . . .	20
<i>Глава II. Простейшее численное решение</i> . . . . .	25
6. Формула касательных. Метод I . . . . .	25
7. Ошибки метода I . . . . .	27
8. Формула трапеций. Метод II . . . . .	30
9. Коэффициент сходимости . . . . .	31
10. Контрольный столбец. Практическая оценка ошибки аппроксимации . . . . .	33
11. Ошибка метода II . . . . .	35
<i>Глава III. Аналитические основы</i> . . . . .	37
12. Формальное решение при помощи ряда Тэйлора . . . . .	37
13. Радиус сходимости . . . . .	38
14. Аналитическое продолжение. Метод III . . . . .	40
15. Последовательные приближения . . . . .	43
16. Сходимость последовательных приближений . . . . .	45
17. Численное интегрирование . . . . .	48
18. Последовательные приближения. Метод IV . . . . .	50
19. Формулы, выраженные через ординаты . . . . .	53
20. Формулы, выраженные через разности «назад» . . . . .	55
21. Формулы, выраженные через центральные разности . . . . .	57
<i>Глава IV. Методы, основанные на формулах численного интегрирования</i> . . . . .	59
22. Интегрирование вперед. Метод V . . . . .	59
23. Варианты метода V . . . . .	62
24. Исследование метода V . . . . .	63

	25. Интегрирование с итерациями. Метод VI . . . . .	65
	26. Варианты метода VI . . . . .	67
	27. Использование разностей в начале вычислений . . . . .	68
•	28. Интегрирование вперед с итерациями. Метод VII . . . . .	71
	29. Анализ погрешности . . . . .	74
	30. Метод VII. Формулы с пятью ординатами . . . . .	77
<b>Глава V.</b>	<b>Методы Рунге—Кутта. Методы, основанные на применении производных высшего порядка . . . . .</b>	<b>80</b>
	31. Метод Кутта четвертого порядка. Метод VIII . . . . .	80
	32. Методы пятого порядка . . . . .	81
	33. Сравнение метода VIII с методом VII . . . . .	82
	34. Методы, основанные на применении производных высшего порядка . . . . .	84
	35. Формулы с первой и второй производными . . . . .	84
	36. Варианты метода IX . . . . .	85
<b>Глава VI.</b>	<b>Системы уравнений. Уравнения высшего порядка . . . . .</b>	<b>88</b>
	37. Системы уравнений первого порядка . . . . .	88
	38. Уравнения второго и высшего порядка . . . . .	90
	39. Специальные уравнения второго порядка. Метод X . . . . .	92
	40. Метод суммирования . . . . .	95
	41. Метод XI . . . . .	97
	42. Линейные уравнения второго порядка. Метод XII . . . . .	99
	43. Линейные уравнения второго порядка. Метод IX . . . . .	103
	44. Линейные уравнения. Метод XIII . . . . .	103
<b>Глава VII.</b>	<b>Граничные задачи . . . . .</b>	<b>107</b>
	45. Двухточечная граничная задача . . . . .	107
	46. Линейные уравнения . . . . .	108
	47. Нелинейные уравнения. Метод проб и поправок . . . . .	111
	48. Последовательные приближения . . . . .	115
	49. Метод вариаций . . . . .	119
	50. Метод Рунге . . . . .	121
	51. Метод Галеркина . . . . .	125

## Часть II

### УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

<b>Глава VIII.</b>	<b>Явные методы. Параболические и гиперболические уравнения . . . . .</b>	<b>131</b>
	52. Параболическое дифференциальное уравнение $U_t = c^2 U_{xx}$ . . . . .	131
	53. Исследование ошибки . . . . .	132
	54. Ошибка аппроксимации . . . . .	133
	55. Численный пример решения параболического уравнения . . . . .	134
	56. Гиперболическое уравнение $U_{tt} = a^2 U_{xx}$ . . . . .	136
	57. Пример решения гиперболического уравнения . . . . .	137

	58. Произвольные граничные условия . . . . .	139
	59. Набор точек . . . . .	139
	60. Переменные коэффициенты . . . . .	141
	61. Нелинейное уравнение . . . . .	143
	62. Оператор Лапласа $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ . . . . .	143
	63. Уравнение $U_t = c^2 \nabla^2 U$ . . . . .	149
	64. Уравнение $U_{tt} = c^2 \nabla^2 U$ . . . . .	155
	65. Криволинейные границы . . . . .	159
<b>Глава</b>	<b>IX. Линейные уравнения и матрицы . . . . .</b>	<b>169</b>
	66. Линейные уравнения . . . . .	169
	67. Собственные значения и векторы . . . . .	173
	68. Действительные симметрические матрицы . . . . .	176
	69. Экстремальные свойства собственных значений . . . . .	179
	70. Методы последовательных приближений . . . . .	182
	71. Методы, в которых на каждом шаге изменяется одна координата . . . . .	184
	72. Групповые изменения . . . . .	186
	73. Релаксация . . . . .	186
	74. Метод скорейшего спуска (метод градиента) . . . . .	188
	75. Метод итераций . . . . .	190
	76. Итерации с вектором $\mathbf{W} = \mathbf{A}'\mathbf{r}$ . . . . .	192
	77. Выражение решения через последовательные приближения . . . . .	195
	78. Матрица для вычисления поправок $\mathbf{C} = \mathbf{F}'(\mathbf{A})$ . . . . .	199
	79. Ускорение сходимости . . . . .	202
	80. Определение собственных значений . . . . .	203
	81. Метод итераций с исключением. Действительная симметрическая матрица . . . . .	207
	82. Использование ортогональности . . . . .	210
	83. Метод скорейшего спуска (метод градиента) . . . . .	212
<b>Глава</b>	<b>X. Неявные решения. Эллиптические уравнения . . . . .</b>	<b>214</b>
	84. Уравнение Лапласа . . . . .	214
	85. Матрица $\mathbf{H}$ . . . . .	217
	86. Решение уравнения $\mathbf{H}\mathbf{u} = \mathbf{b}$ . . . . .	221
	87. Первое приближение . . . . .	226
	88. Матрица $\mathbf{K}$ . . . . .	226
	89. Дальнейшие уточнения . . . . .	230
	90. Анализ ошибок . . . . .	231
	91. Устранение особенности на границе . . . . .	236
	92. Зона влияния разрыва . . . . .	237
	93. Уравнение Пуассона . . . . .	239
	94. Бигармоническое уравнение . . . . .	242

<i>Глава</i>	<b>XI. Характеристические числа . . . . .</b>	<b>245</b>
	95. Формулировка задачи . . . . .	245
	96. Вывод характеристического уравнения . . . . .	247
	97. Случай двух измерений . . . . .	253
	98. Вычисление собственных значений матрицы <b>M</b> . . . . .	256
	99. Использование оператора <b>K</b> . . . . .	260
	100. Характеристические числа в случае криволинейных границ . . . . .	262
<i>Приложение А</i>	Ошибки округления . . . . .	265
<i>Приложение Б</i>	Большие вычислительные машины . . . . .	266
<i>Приложение В</i>	Метод Монте-Карло . . . . .	269
<i>Литература</i>	. . . . .	272
<i>Дополнительная литература</i>	. . . . .	281
<i>Указатель</i>	. . . . .	284